

# GRUNDRECHNUNGSARTEN

## Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz)

Bei der Addition dürfen die Summanden und bei der Multiplikation die Faktoren vertauscht werden, ohne dass sich das Ergebnis ändert.

**Beispiele**

1.  $1 + 3 = \underline{4}$   
 $3 + 1 = \underline{4}$

2.  $3 \cdot 4 = \underline{12}$   
 $4 \cdot 3 = \underline{12}$

Es gilt daher:

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

## Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz)

Bei der Addition und bei der Multiplikation können Klammern gesetzt werden, ohne dass sich das Ergebnis ändert.

**Beispiele**

1.  $1 + 3 + 2 =$   
 $(1 + 3) + 2 = 4 + 2 = \underline{6}$   
 $1 + (3 + 2) = 1 + 5 = \underline{6}$

2.  $2 \cdot 3 \cdot 5 =$   
 $(2 \cdot 3) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = \underline{30}$   
 $2 \cdot (3 \cdot 5) = 2 \cdot 15 = \underline{30}$

Es gilt daher:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

## Distributivgesetz (Verteilungsgesetz)

**Beispiel**

$(1 + 3) \cdot 2 =$  kann auf zwei Arten gelöst werden, ohne dass sich das Ergebnis ändert.

1.  $(1 + 3) \cdot 2 =$   
 $4 \cdot 2 = \underline{8}$

2.  $1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 =$   
 $2 + 6 = \underline{8}$

Erst wird innerhalb der Klammer addiert, dann wird mit der Summe multipliziert.

Jeder Summand wird erst mit dem Faktor multipliziert, dann werden die Produkte addiert.

Es gilt daher:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Ebenso gelten:

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

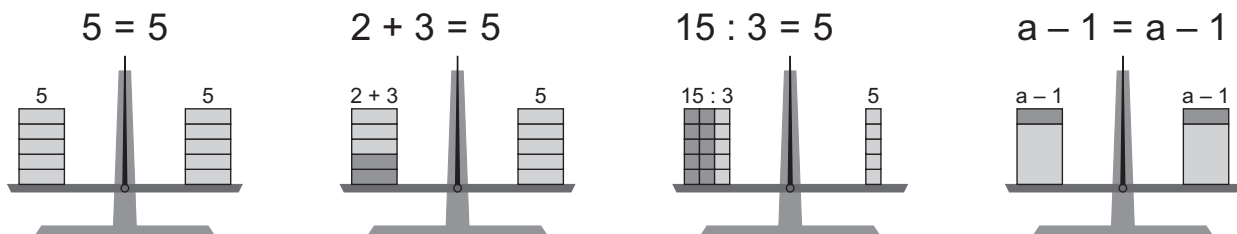
$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c$$

# VARIABLE, POTENZEN UND WURZELN

## Gleichungen

Eine Gleichung kannst du dir wie eine Waage vorstellen. Sie ist nur dann im Gleichgewicht, wenn links und rechts die gleiche Menge liegt.



Eigentlich hast du das Prinzip der Gleichung schon in der Volksschule gelernt:

$$\begin{array}{l} 4 + ? = 12 \\ 4 + 8 = 12 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Rechnung:} \\ 12 - 4 = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ? - 5 = 2 \\ 7 - 5 = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Rechnung:} \\ 5 + 2 = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ? \cdot 3 = 12 \\ 4 \cdot 3 = 12 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Rechnung:} \\ 12 : 3 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ? : 4 = 5 \\ 20 : 4 = 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Rechnung:} \\ 5 \cdot 4 = 20 \end{array}$$

In der Mathematik werden Gleichungen nun so aufgeschrieben:

$$\begin{array}{l} 4 + x = 12 \quad | - 4 \\ 4 + x - 4 = 12 - 4 \\ \underline{x = 8} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x - 5 = 2 \quad | + 5 \\ x - 5 + 5 = 2 + 5 \\ \underline{x = 7} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x \cdot 3 = 12 \quad | : 3 \\ x \cdot 3 : 3 = 12 : 3 \\ \underline{x = 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x : 4 = 5 \quad | \cdot 4 \\ x : 4 \cdot 4 = 5 \cdot 4 \\ \underline{x = 20} \end{array}$$

Es kann sein, dass du mehrere Schritte durchführen musst, um zur Lösung zu kommen.

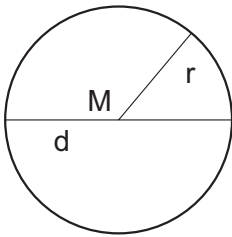
### Beispiele

$$\begin{array}{l} \mathbf{1.} \quad 3x + 5 = 17 \quad | - 5 \\ 3x + 5 - 5 = 17 - 5 \\ 3x = 12 \quad | : 3 \\ 3x : 3 = 12 : 3 \\ \underline{x = 4} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Probe:} \quad 3 \cdot 4 + 5 = 17 \\ 12 + 5 = 17 \\ \underline{17 = 17} \quad \text{w. A.} \end{array}$$

Du bringst alle Variablen auf eine Seite und alle Zahlen auf die andere Seite.

# DER KREIS UND SEINE TEILE

## Der Kreis



r ..... Radius

d ..... Durchmesser

M ..... Mittelpunkt

$$d = 2 r$$

$$A = r^2 \pi = \frac{d^2 \pi}{4}$$

$$u = 2 r \pi = d \pi$$

### Beispiel

Kreis:  $r = 5 \text{ cm}$ ,  $d = ?$ ,  $u = ?$ ,  $A = ?$

$$d = 2 \cdot r$$

$$d = 2 \cdot 5$$

$$d = 10 \text{ cm}$$

$$u = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$u = 2 \cdot 5 \cdot \pi$$

$$u \approx 31,4 \text{ cm}$$

$$A = r^2 \cdot \pi$$

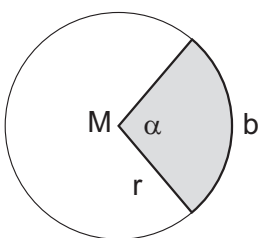
$$A = 5^2 \cdot \pi$$

$$A \approx 78,5 \text{ cm}^2$$



Die Kreiszahl  $\pi$  ist eine Irrationale Zahl, das heißt, sie ist nicht mit einem Bruch ganzer Zahlen darstellbar und hat somit unendlich viele Nachkommastellen, die nie periodisch werden.  $\pi$  ergibt sich aus der Division von Umfang durch Durchmesser ( $\pi = u : d = 3,14\dots$ ).

## Der Kreissektor (Kreisausschnitt)



r ..... Radius

d ..... Durchmesser

M ..... Mittelpunkt

$$b = \frac{2 r \pi \alpha}{360} = \frac{r \pi \alpha}{180}$$

$$A = \frac{b \cdot r}{2} = \frac{r^2 \pi \alpha}{360}$$

$$u = 2 r + b$$

### Beispiel

Kreissektor:  $r = 3 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $b = ?$ ,  $u = ?$ ,  $A = ?$

$$b = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$$

$$b = \frac{3 \cdot \pi \cdot 30}{180}$$

$$b \approx 1,6 \text{ cm}$$

$$u = 2 \cdot r + b$$

$$u \approx 2 \cdot 3 + 1,6$$

$$u \approx 7,6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot r}{2}$$

$$A \approx \frac{1,6 \cdot 3}{2}$$

$$A \approx 2,4 \text{ cm}^2$$

# KÖRPER

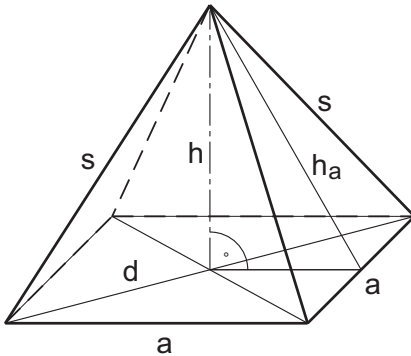
## Die quadratische Pyramide

Die Grundfläche ist ein Quadrat.

Der Mantel besteht aus vier gleichschenkeligen Dreiecken.

$h$  ..... Körperhöhe

$h_a$  ... Höhe der Seitenflächen

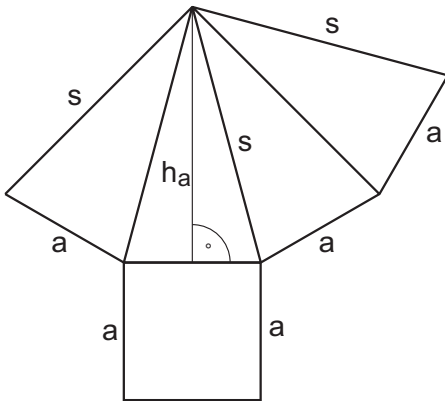


Schrägansicht

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

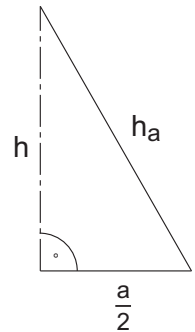
$$G = a^2 \rightarrow$$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$



Netz

$$h_a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$



$$O = G + M$$

$$G = a^2, \quad M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} \rightarrow$$

$$O = a^2 + 2ah_a$$

### Beispiel

Quadratische Pyramide:

$a = 8 \text{ cm}$ ,  $h = 7 \text{ cm}$ ,  $V = ?$ ,  $h_a = ?$ ,  $O = ?$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{8^2 \cdot 7}{3}$$

$$V = \frac{64 \cdot 7}{3}$$

$$V \approx 149,33 \text{ cm}^3$$

$$h_a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h_a^2 = 7^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$h_a^2 = 49 + 16$$

$$h_a = \sqrt{65}$$

$$h_a \approx 8,1 \text{ cm}$$

$$O = a^2 + 2ah_a$$

$$O = 8^2 + 2 \cdot 8 \cdot 8,1$$

$$O \approx 64 + 129,6$$

$$O \approx 193,6 \text{ cm}^2$$